2018年度　埼玉県公立高校入試問題

50分
100点

（注）　別紙が１枚あります。この別紙は，計算したり，図をかいたりする場合に使ってかまいません。（別紙略）

答えに根号を含む場合は，根号をつけたままで答えなさい。

1　次の各問に答えなさい。

(1)　$4x + x$ を計算しなさい。

(2)　$6 - 4 \div (-2)$ を計算しなさい。

(3)　$16a^2b \div (-8b) \times a$ を計算しなさい。

(4)　$\dfrac{9}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$ を計算しなさい。

(5)　$x^2 + x - 12$ を因数分解しなさい。

(6)　連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ y = x - 4 \end{cases}$ を解きなさい。

(7)　２次方程式 $3x^2 - x - 1 = 0$ を解きなさい。

(8)　関数 $y = ax^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $-8 \leqq y \leqq 0$ となりました。このとき，a の値を求めなさい。

(9)　方程式 $3(2x - 1) = -9$ を，右のように解きました。「等式の両辺に同じ数をたしても，等式は成り立つ」という等式の性質を使って，方程式を変形しているのはどこですか。ア～エの中から１つ選び，その記号を書きなさい。

$3(2x-1) = -9$
　ア
$6x - 3 = -9$
　イ
$6x = -9 + 3$
　ウ
$6x = -6$
　エ
$x = -1$

⑽　右の表は，あるクラスのハンドボール投げの記録を，度数分布表に表したものです。このクラスのハンドボール投げの記録の平均値を，度数分布表から求めなさい。

距離(m)	度数(人)
以上　未満 0 ～ 10	2
10 ～ 20	6
20 ～ 30	7
30 ～ 40	4
40 ～ 50	1
合計	20

⑾　濃度が，6 %の食塩水と 10 %の食塩水があります。この 2 種類の食塩水を混ぜあわせて，7 %の食塩水を 600g つくります。次の①，②に答えなさい。

①　7 %の食塩水 600g に含まれる食塩の質量を求めなさい。

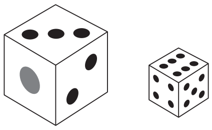
②　6 %の食塩水を x g，10 %の食塩水を y g として，連立方程式をつくり，6 %の食塩水と 10 %の食塩水の質量をそれぞれ求めなさい。

なお，考えるときに，下の表を利用してもさしつかえありません。

	6 %の食塩水	10 %の食塩水	7 %の食塩水
食塩水の質量(g)	x	y	
食塩の割合			
食塩の質量(g)			

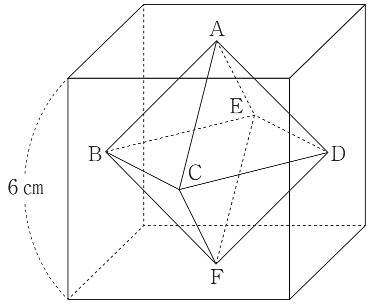
2 次の各問に答えなさい。

(1) 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とします。a と b の積 ab の約数の個数が3個以上となる確率を求めなさい。



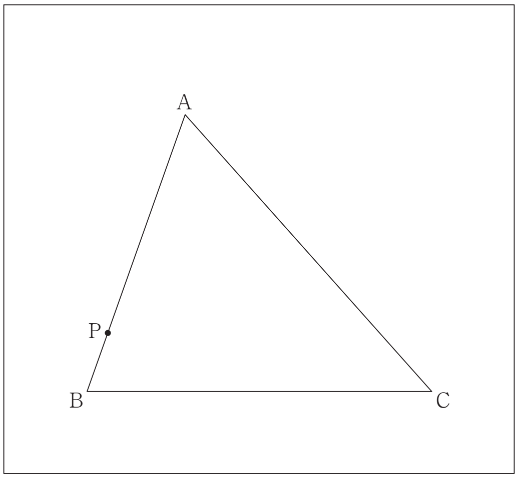
ただし，大小2つのさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとします。

(2) 1辺の長さが6cmの立方体があります。右の図のように，それぞれの面の対角線の交点をA，B，C，D，E，Fとするとき，この6つの点を頂点とする正八面体の体積を求めなさい。



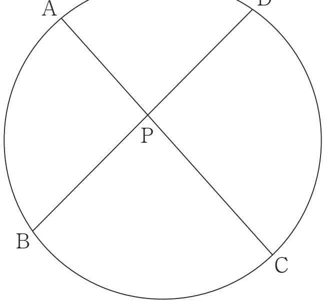
(3) 右の図のように，△ABCの辺AB上に点Pがあります。点Pを通る直線を折り目として，点Aが辺BCに重なるように△ABCを折ります。このとき，折り目となる直線をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし，作図するためにかいた線は，消さないでおきなさい。



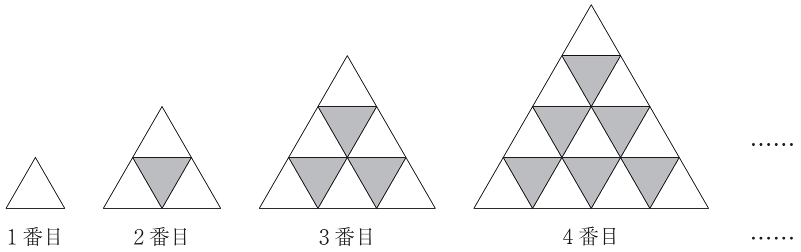
(4) 右の図のように，円周上に4点A，B，C，Dをとり，線分ACとBDとの交点をPとします。

このとき，PA : PD = PB : PCであることを証明しなさい。



3　下の図のように，同じ大きさの正三角形の白いタイルと黒いタイルをすき間なくしきつめて，1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，……，n 番目までの正三角形をつくります。

このとき，次の各問に答えなさい。



(1)　下の表は，1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，……，n 番目までの正三角形をつくるのに必要な白いタイルと黒いタイルの枚数についてまとめたものです。［ア］と［イ］にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

	1	2	3	4	…	7	…	n
白いタイル(枚)	1	3	6	10	…	［ア］	…	
黒いタイル(枚)	0	1	3	6	…	［イ］	…	
タイルの合計(枚)	1	4	9	16	…		…	

(2)　n 番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数を a 枚とするとき，a を n を使った式で表しなさい。

4　右の図1において，曲線①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで，曲線②は関数 $y = ax^2$ （$a > \frac{1}{2}$）のグラフです。曲線①上に x 座標が－2，3である2点A，Bをとり，この2点を通る直線 ℓ をひきます。直線 ℓ と曲線②との交点のうち x 座標が負である点をC，正である点をDとし，直線 ℓ と y 軸との交点をEとします。

AC：CE ＝ 1：3のとき，次の各問に答えなさい。

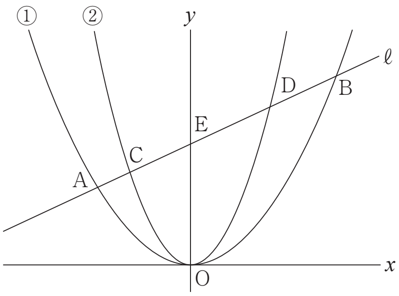


図1

(1)　直線 ℓ の式を求めなさい。

(2)　a の値を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，図を用いて説明してもよいものとします。

(3)　右の図2のように，直線OC，ODをひき，曲線①との交点をF，Gとします。四角形CDGFの面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを1cmとします。

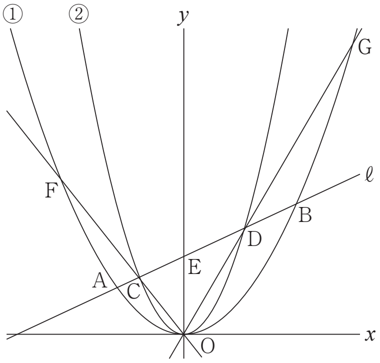


図2

〈 ***Note*** 〉

2018年度　埼玉県公立高校入試問題

1　(1) $5x$　(2) 8　(3) $-2a^3$　(4) $\sqrt{3}$　(5) $(x-3)(x+4)$　(6) $(x=)\ 1$　$(y=)-3$

(7) $(x=)\ \dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$　(8) $(a=)-2$　(9) イ　(10) 23 (m)　(11) ① 42 (g)

② (連立方程式) $\begin{cases} x+y=600 \\ \dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42 \end{cases}$

(6 %の食塩水) 450 (g)　(10 %の食塩水) 150 (g)

≪解説≫

(1) 与式 $=(4+1)x=5x$

(2) 与式 $=6-(-2)=6+2=8$

(3) 与式 $=-\dfrac{16a^2b\times a}{8b}=-2a^3$

(4) 与式 $=\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-2\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(5) 和が1，積が -12 の2数は -3 と4だから，与式 $=(x-3)(x+4)$

(6) 与式を順に①，②とする。②を①に代入して，$2x-3(x-4)=11$　かっこをはずして，$2x-3x+12=11$ より，$-x=-1$　よって，$x=1$　これを②に代入して，$y=1-4=-3$

(7) 解の公式より，$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{6}$

(8) y の変域が0以下だから，a は負の数で，$x=2$ で最小値 $y=-8$ をとる。よって，$-8=a\times2^2$ より，$a=-2$

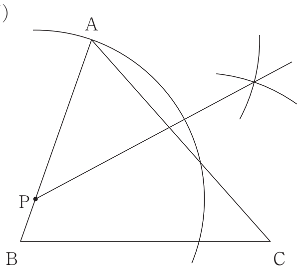
(9) イは，両辺に3を加えていることになる。

(10) 平均値は，各階級の(階級値)×(度数)の合計を，度数の合計で割ることで求められる。よって，$(5\times2+15\times6+25\times7+35\times4+45\times1)\div20=460\div20=23$ (m)

(11) ① $600\times\dfrac{7}{100}=42$ (g)　② 食塩水の質量の合計より，$x+y=600$……(i)　また，含まれる食塩の質量は，6 %の食塩水が $\dfrac{6}{100}x$ g，10 %の食塩水が $\dfrac{10}{100}y$ g だから，その合計より，$\dfrac{6}{100}x+\dfrac{10}{100}y=42$……(ii)　(ii)×100 より，$6x+10y=4200$ だから，$3x+5y=2100$……(iii)　(iii)−(i)×3 より，$2y=300$　よって，$y=150$　(i)に代入して，$x+150=600$ より，$x=450$

2　(1) $\dfrac{29}{36}$　(2) 36 (cm^3)　(3) (右図)

(例)



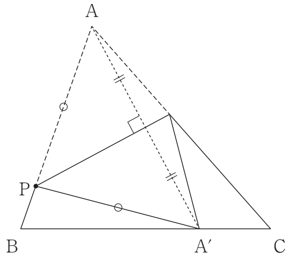
(4) (証明) △PAB と△PDC において，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，∠BAP = ∠CDP……①　対頂角だから，∠APB = ∠DPC……②　①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△PAB ∽△PDC　よって，PA : PD = PB : PC

≪解説≫

(1) ab の約数の個数が 2 個以下となるのは，$(a,\ b)$ = (1, 1)，(1, 2)，(1, 3)，(1, 5)，(2, 1)，(3, 1)，(5, 1) の 7 通り。a，b の組み合わせは全部で，6 × 6 = 36 (通り) だから，ab の約数が 3 個以上となるのは，36 − 7 = 29 (通り)　よって，求める確率は $\dfrac{29}{36}$。

(2) この正八面体は，底面が正方形 BCDE，高さが，6 ÷ 2 = 3 (cm) の四角すいを 2 つ合わせたものになる。正方形 BCDE の面積は，立方体の 1 つの面の $\dfrac{1}{2}$ だから，$6 \times 6 \times \dfrac{1}{2} = 18$ (cm^2)　よって，求める体積は，$\left(\dfrac{1}{3} \times 18 \times 3\right) \times 2 = 36$ (cm^3)

(3) 右図のように，点 A が辺 BC と重なった点を A′ とすると，PA = PA′ で，2 点 A，A′ は折り目について対称。よって，作図は，点 A′ にあたる点を辺 BC 上にとり，AA′ の垂直二等分線をひき，これを折り目とすればよい。



3　(1) ア．28　イ．21　(2) (a =) $\dfrac{n^2 - n}{2}$

≪解説≫

(1) 各図形での上からの段数と，その段にある白いタイルの枚数は等しいから，7 番目の正三角形をつくるとき，白いタイルの枚数は，1 + 2 + … + 7 = 28 (枚)　また，$1 = 1^2$，$4 = 2^2$，$9 = 3^2$，$16 = 4^2$，…より，n 番目の正三角形に使うタイルの合計枚数は n^2 枚と表せる。よって，7 番目の正三角形に使うタイルの合計枚数は，$7^2 = 49$ (枚) だから，黒いタイルの枚数は，49 − 28 = 21 (枚)

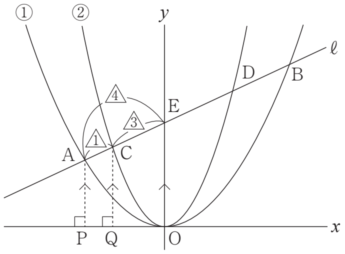
(2) n 番目の正三角形で，白いタイルの枚数は黒いタイルの枚数より n 枚多いから，白いタイルの枚数は $(a + n)$ 枚と表せる。よって，合計枚数について，$a + (a + n) = n^2$ が成り立つから，$2a = n^2 - n$ となり，$a = \dfrac{n^2 - n}{2}$

4　(1) (y =) $\dfrac{1}{2}x + 3$　(2) (a =) 1　(3) $\dfrac{63}{4}$ (cm^2)

≪解説≫

(1) $y = \frac{1}{2}x^2$ に，$x = -2$，$x = 3$ をそれぞれ代入して，$y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$，$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$ より，A $(-2,\ 2)$，B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$　これより，直線 ℓ の傾きは，$\left(\frac{9}{2} - 2\right) \div \{3 - (-2)\} = \frac{5}{2} \div 5 = \frac{1}{2}$　直線 ℓ の式を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおいて点 A の座標を代入すると，$2 = \frac{1}{2} \times (-2) + b$ より，$b = 3$　よって，$y = \frac{1}{2}x + 3$

(2) AC : CE = 1 : 3 より，AE : CE = 4 : 3　右図のように 2 点 A，C から x 軸に垂線をひき，交点を P，Q とすると，平行線の性質より，PO : QO = AE : CE = 4 : 3　PO = 2 だから，QO = $2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$　これより，点 C の x 座標は $-\frac{3}{2}$。点 C は直線 ℓ 上の点だから，$y = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = \frac{9}{4}$ より，C$\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$　点 C は $y = ax^2$ 上の点でもあるから，$\frac{9}{4} = a \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ より，$\frac{9}{4}a = \frac{9}{4}$　よって，$a = 1$



(3) 点 D は，$y = x^2$ と $y = \frac{1}{2}x + 3$ との交点だから，その x 座標は，$x^2 = \frac{1}{2}x + 3$ の正の解。整理して，$2x^2 - x - 6 = 0$　解の公式より，$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4} = 2,\ -\frac{3}{2}$　よって，D $(2,\ 4)$　ここで，直線 OC の式は，傾きが，$\frac{9}{4} \div \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}$ より，$y = -\frac{3}{2}x$　点 F は $y = \frac{1}{2}x^2$ と $y = -\frac{3}{2}x$ との交点だから，$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{3}{2}x$ より，$x^2 + 3x = 0$ となり，$x(x + 3) = 0$　よって，$x = 0,\ -3$ より，点 F の x 座標は -3。同様に，直線 OD の式が $y = 2x$ で，$\frac{1}{2}x^2 = 2x$ を解くと，$x = 0,\ 4$ だから，点 G の x 座標は 4。このとき，(2)のように，x 座標と線分比の関係から，OC : OF = $\frac{3}{2}$: 3 = 1 : 2，OD : OG = 2 : 4 = 1 : 2 だから，OC : OF = OD : OG　これと，∠COD = ∠FOG より，△COD ∽ △FOG　したがって，△COD : △FOG = $1^2 : 2^2$ = 1 : 4 で，△COD : 四角形 CDGF = 1 : 3　△COD = △OCE + △ODE = $\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \frac{21}{4}$ (cm^2) だから，四角形 CDGF = $\frac{21}{4} \times 3 = \frac{63}{4}$ (cm^2)